

Konsistente Prognose für Deutschland und die Bundesländer

Alternative zu Top-down und Bottom-up

Boris Blagov¹ Clara Krause^{1, 2}

¹RWI – Leibniz Institut für Wirtschaftsforschung

²Ruhr Universität Bochum



Einleitung

Die Beobachtung der regionalen Wirtschaftsaktivität ist wichtig

- Für die Landesregierungen: wirtschaftspolitische Planung und Evaluation
- Für die Bundesregierung: Umgang mit unerwünschten regionalen Heterogenitäten
- Budgetierung findet für das kommende Jahr statt

⇔ Das regionale deutsche BIP weist Beeinträchtigungen auf

- Kurze Zeitreihe (jährlich)
- Große Querschnittsdimension (16 Bundesländer)
- Veröffentlichungsverzögerung (3–27 Monate)

Aktuelle Entwicklungen in der Forschung

Literatur

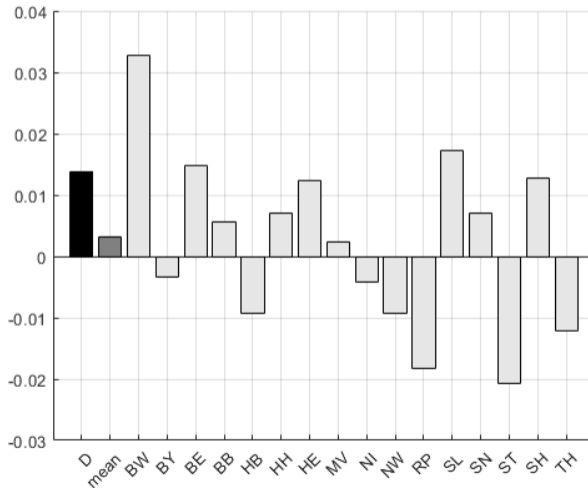
Allan et al., 2019; Koop et al., 2020, 2022, 2023; Lehmann and Wikman, 2023; Barbaglia et al., 2024

- Hauptfokus liegt auf Back- and Nowcasting
- Guter In-Sample Fit
- Ermöglicht die hochfrequente regionale Daten

ABER

- Begrenzt auf das letzte verfügbare Deutschland BIP
- Kann nicht für Prognosen genutzt werden

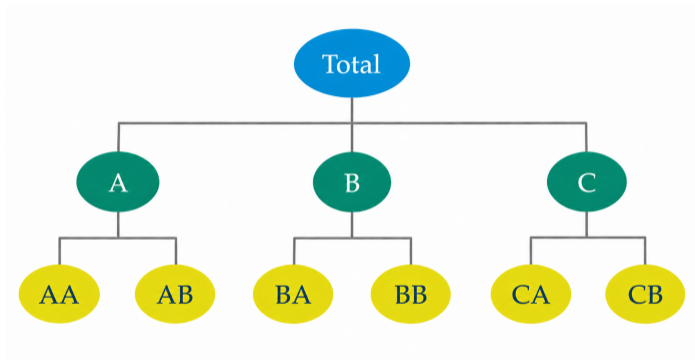
Aggregationsproblematik in der Prognose



Ausblick

- 1 Grundlagen
- 2 Forecast Reconciliation
- 3 (Teil-)Ergebnisse

Hierarchische Daten



- Eine oder mehrere Reihen sind eine lineare Kombination der anderen
- Beispiele sind regionale und nationale Größen oder BIP und seine Komponenten

Verschiedene Frequenzen

	2022				2023			
IP	Q1	Q2	Q3	Q4	Q1	Q2	Q3	Q4
GDP	Q1	Q2	Q3	Q4	Q1	Q2	Q3	Q4
R1	2022				2023			
R2	2022				2023			
⋮								

- Reihen werden in unterschiedlichen Frequenzen beobachtet
- Der Veröffentlichungszeitpunkt variiert
→ Datensätze haben potenziell viele fehlende Beobachtungen

Aus dem...

	2022				2023			
IP	Q1	Q2	Q3	Q4	Q1	Q2	Q3	Q4
GDP	Q1	Q2	Q3	Q4	Q1	Q2	Q3	Q4
R1	2022				2023			
R2	2022				2023			
⋮								

...wird das

	2022				2023			
IP	Q1	Q2	Q3	Q4	Q1	Q2	Q3	Q4
GDP	Q1	Q2	Q3	Q4	Q1	Q2	Q3	Q4
R1	Q1	Q2	Q3	Q4	Q1	Q2	Q3	Q4
R2	Q1	Q2	Q3	Q4	Q1	Q2	Q3	Q4
⋮								

- Mixed-frequency Methoden können aus einem unbalancierten einen balancierten Datensatz machen
- Höher frequente regionale Daten stehen zur Verfügung → die Anzahl der Beobachtungen wird vierfacht
- Erleichtert die Schätzung von Parametern

Mixed-Frequency VAR

- Vektorautogressionen ermöglichen die Verarbeitung verschiedener Frequenzen
- Bayesianische Schätzung schrumpft die Parameter gegen Null und ermöglicht den Umgang mit größeren Datensätzen
- **Bedingungen können direkt implementiert werden**
 - ▶ Zeitliche Bedingung: die interpolierten Quartalswerte aggregieren sich zum beobachteten Jahres wert
 - ▶ Querschnittsbedingung: die Regionen ergeben im Aggregat das nationale Ergebnis
- Die Bedingungen können nur erfüllt werden, wenn das Aggregat vorliegt

Standard VAR

Was tut man, wenn das nationale BIP (noch) nicht verfügbar ist?

Bottom-up und Top-down

- *Bottom-up* nimmt die Länder Prognose als gegeben und errechnet den Bund
- *Top-down* nimmt die nationale Prognose als gegeben und verteilt sie gewichtet über die Bundesländer
- In beiden Fällen geht ein Teil der Information verloren
- Wie kann man alle Prognosen einbeziehen und doch die Querschnittsbedingung erfüllen?

Forecast reconciliation

Methode zur Sicherstellung der hierarchischen Struktur in Prognoseperioden

- 1 “Basisprognosen” ($\hat{\mathbf{y}}$): inkonsistent, aggregieren nicht korrekt
- 2 “abgestimmte Prognosen” ($\tilde{\mathbf{y}}$): berücksichtigen die Hierarchie (regionale BIP-Prognosen summieren sich zur nationalen BIP-Prognose)

⇒ Forecast Reconciliation transformiert Basisprognosen in abgestimmte Prognosen, *unabhängig davon, wie sie erzeugt wurden*

Formulierung

Forecast reconciliation ist eine lineare Transformation

$$\tilde{\mathbf{y}}_{T+h} = \mathbf{SP}\hat{\mathbf{y}}_{T+h} \quad (1)$$

- $\mathbf{S} = \begin{bmatrix} \mathbf{A} \\ \mathbf{I}_{nb} \end{bmatrix}$: *Summierungsmatrize* \Rightarrow wie sieht die Hierarchie aus
- \mathbf{P} : *Gewichtete Matrize* \Rightarrow wie stark wird die einzelne Basisprognose angepasst

Bottom Up Example

Forecast reconciliation literature

Literature

Wickramasuriya et al., 2019; Eckert et al., 2021; Di Fonzo and Girolimetto, 2023; Athanasopoulos et al., 2024; Wickramasuriya, 2024, among others

- Die Literatur beschäftigt sich mit dem “optimalen” \mathbf{P} -im Sinne von

$$\min(\tilde{\mathbf{y}}_{T+h} - \mathbf{y}_{T+h}^{true}) = \min(\mathbf{S}\mathbf{P}\hat{\mathbf{y}}_{T+h} - \mathbf{y}_{T+h}^{true}) \quad (2)$$

- Die Lösung von (Wickramasuriya et al., 2019)

$$\mathbf{P} = (\mathbf{S}^T \mathbf{W}_h^{-1} \mathbf{S})^{-1} \mathbf{S}^T \mathbf{W}_h^{-1} \quad (3)$$

- $\mathbf{W}_h^{-1} = \text{var}(\hat{\mathbf{y}}_{T+h} - \mathbf{y}_{T+h}^{true} \mid \mathcal{I}_T)$ ist die Varianz-Kovarianz des Basis-Prognosefehlers

Forecast reconciliation literature

Literature

Wickramasuriya et al., 2019; Eckert et al., 2021; Di Fonzo and Girolimetto, 2023; Athanasopoulos et al., 2024; Wickramasuriya, 2024, among others

- Die Literatur beschäftigt sich mit dem “optimalen” \mathbf{P} -im Sinne von

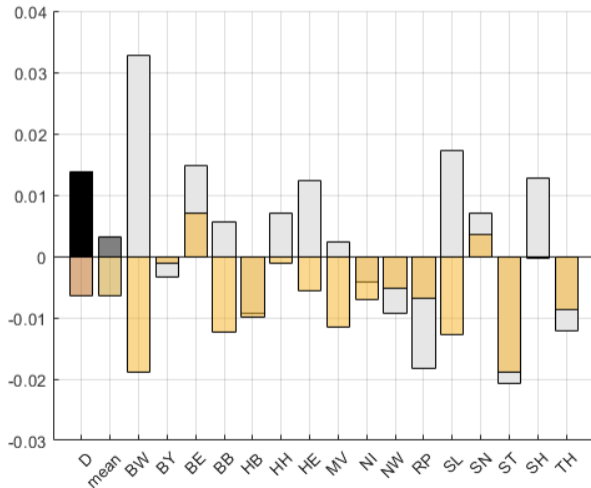
$$\min(\tilde{\mathbf{y}}_{T+h} - \mathbf{y}_{T+h}^{true}) = \min(\mathbf{S}\mathbf{P}\hat{\mathbf{y}}_{T+h} - \mathbf{y}_{T+h}^{true}) \quad (2)$$

- Die Lösung von (Wickramasuriya et al., 2019)

$$\mathbf{P} = (\mathbf{S}^T \mathbf{W}_h^{-1} \mathbf{S})^{-1} \mathbf{S}^T \mathbf{W}_h^{-1} \quad (3)$$

- $\mathbf{W}_h^{-1} = \text{var}(\hat{\mathbf{y}}_{T+h} - \mathbf{y}_{T+h}^{true} \mid \mathcal{I}_T)$ ist die Varianz-Kovarianz des Basis-Prognosefehlers

Abgestimmte Prognose



Intuition

- Eine Basisprognose, die nahe am “wahren” Wert liegt, bleibt weitgehend unverändert
- Eine Basisprognose, die weiter entfernt liegt, wird stärker angepasst

Eigenschaften

- Abgestimmte Prognosen sind *mindestens genauso gut* und *häufig besser* als Basisprognosen
- Voraussetzung: \mathbf{W}_h^{-1} muss “gut” geschätzt werden (mindestens $T^{fcst} > n$)
 - ▶ Ungeeignet für regionale deutsche BIP-Daten
 - ▶ Gelöst durch ein Mixed-Frequency-Setting

Untersuchung der Prognosegüte

- Wir nutzen britische regionale Bruttowertschöpfung:
North East (NE), Yorkshire and the Humber (YO), East Midlands (EM), East of England (EA), London (LO), South East (SE), South West (SW), West Midlands (WM), North West (NW), Wales (WA), Scotland (SC), Northern Ireland (NI)
- Zeitreihe beginnt in 1967
- Prognose findet quartalsweise statt, Prognosefehler wird gegenüber der veröffentlichten Jahre gemessen

Table 1: Real-time Prognosefehler im Vergleich zur ersten Veröffentlichung der Jahreswerte.

		NE	YO	EM	EA	LO	SE	SW	WM	NW	WA	SC	NI
T	rRMSFE	1.01	1.01	1.03	1.00	0.97**	0.98	1.04	1.00	1.00	1.02	1.00	1.00
	rCRPS	1.01	0.96**	1.00	0.97*	0.97**	0.94***	1.00	0.92***	0.95***	0.93***	0.97**	0.98
		NE	YO	EM	EA	LO	SE	SW	WM	NW	WA	SC	NI
T ₊	rRMSFE	1.00	1.01	1.05	0.99	0.96**	0.95*	1.07	0.98	0.97	1.02	1.00	1.02
	rCRPS	1.05	0.94	1.01	0.98	0.99	0.89***	1.07	0.85***	0.90**	0.80***	0.99	1.07

Anmerkungen: **rRMSFE** (niedriger ist besser) bezeichnet den relativen Root Mean Squared Forecast Error; **rCRPS** (niedriger ist besser) den relativen Continuous Ranked Probability Score. Abgestimmte Prognosen im Vergleich zu Basisprognosen für die offiziellen Jahresdaten. Sterne zeigen an, ob das abgestimmte Modell gemäß eines Diebold-Mariano-Tests statistisch besser ist, wobei H_1 : das alternative (abgestimmte) Modell besser ist gegenüber H_0 : das alternative (abgestimmte) Modell nicht besser ist. Ein Stern kennzeichnet eine Zurückweisung von H_0 auf dem 10%-Niveau, zwei Sterne auf dem 5%-Niveau und drei Sterne auf dem 1%-Niveau.

Anwendung Deutsche Bundesländer

- Eine eigene VAR für Deutschland und die drei größten Bundesländer: BW, BY und NRW
- Die weiteren Bundesländer werden gemeinsam prognostiziert
- Es gibt einige Indikatoren, insbesondere für NRW und BW wie Industrieproduktion und Auftragseingangsindex
- Länderspezifische Modelle können die Prognosegüte verbessern
- Abweichung zwischen Länderaggregat und Deutschlandprognose ist deutlich größer

To be continued...

Zusammenfassung

Forecast Reconciliation kann ...

- ... konsistente Prognosen ermöglichen
- ... die Genauigkeit von Punkt- und Dichteprognosen verbessern
- ... in verschiedenen Kontexten mit hierarchischen Daten eingesetzt werden




Vielen Dank!

Clara Krause





Clara.Krause@rwi-essen.de

RWI- Leibniz Institute for economic research

References I

-  Allan, G., Koop, G., McIntyre, S., & Smith, P. (2019). Nowcasting Using Mixed Frequency Methods: An Application to the Scottish Economy. *The Indian Journal of Statistics*, 81(S1), 12–45.
<https://doi.org/10.1007/s13571-018-0181-2>
-  Wickramasuriya, S. L., Athanasopoulos, G., & Hyndman, R. J. (2019). Optimal Forecast Reconciliation for Hierarchical and Grouped Time Series Through Trace Minimization. *Journal of the American Statistical Association*, 114(526), 804–819. <https://doi.org/10.1080/01621459.2018.1448825>
-  Koop, G., McIntyre, S., Mitchell, J., & Poon, A. (2020). Regional output growth in the United Kingdom: More timely and higher frequency estimates from 1970. *Journal of Applied Econometrics*, 35(2), 176–197.
<https://doi.org/10.1002/jae.2748>

References II

-  Eckert, F., Hyndman, R. J., & Panagiotelis, A. (2021). Forecasting Swiss exports using Bayesian forecast reconciliation. *European Journal of Operational Research*, 291(2), 693–710. <https://doi.org/10.1016/j.ejor.2020.09.046>
-  Koop, G., McIntyre, S., Mitchell, J., & Poon, A. (2022, March). *Using stochastic hierarchical aggregation constraints to nowcast regional economic aggregates* (Working Paper (Federal Reserve Bank of Cleveland)). <https://doi.org/10.26509/frbc-wp-202206>
-  Di Fonzo, T., & Girolimetto, D. (2023). Cross-temporal forecast reconciliation: Optimal combination method and heuristic alternatives. *International Journal of Forecasting*, 39(1), 39–57. <https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2021.08.004>
-  Koop, G., McIntyre, S., Mitchell, J., Poon, A., & Wu, P. (2023). Incorporating short data into large mixed-frequency VARs for regional nowcasting. *Journal of the Royal Statistical Society: Series A*, ((forthcoming)). <https://doi.org/10.26509/frbc-wp-202309>

References III

-  Lehmann, R., & Wikman, I. (2023). Quarterly GDP Estimates for the German States: New Data for Business Cycle Analyses and Long-Run Dynamics. *SSRN Electronic Journal*. <https://doi.org/10.2139/ssrn.4368209>
-  Athanasopoulos, G., Hyndman, R. J., Kourentzes, N., & Panagiotelis, A. (2024). Forecast reconciliation: A review. *International Journal of Forecasting*, *40*(2), 430–456. <https://doi.org/10.1016/j.ijforecast.2023.10.010>
-  Barbaglia, L., Frattarolo, L., Hauzenberger, N., Hirschbuehl, D., Huber, F., Onorante, L., Pfarrhofer, M., & Pezzoli, L. T. (2024, January). Nowcasting economic activity in European regions using a mixed-frequency dynamic factor model.
-  Wickramasuriya, S. L. (2024). Probabilistic Forecast Reconciliation under the Gaussian Framework. *Journal of Business & Economic Statistics*, *42*(1), 272–285. <https://doi.org/10.1080/07350015.2023.2181176>

The VAR Model

Standard Vektorautoregressives (VAR) Model

$$\mathbf{y}_t = \mathbf{b}_0 + \mathbf{B}_1 \mathbf{y}_{t-1} + \cdots + \mathbf{B}_p \mathbf{y}_{t-p} + \varepsilon_t \quad \varepsilon_t \sim \mathcal{N}(\mathbf{0}_n, \sigma) \quad (4)$$

where \mathbf{y}_t is a $n \times 1$ vector of macroeconomic series, such as $\mathbf{y}_t =$

$$\begin{bmatrix} EXP_t \\ IP_t \\ GDP_t \\ R1_t \\ R2_t \\ \vdots \end{bmatrix}$$

Back

Example

Bottom-up one-step ahead reconciliation of three regions with equal weights

$$\tilde{\mathbf{y}}_{T+1} = \begin{bmatrix} 1/3 & 1/3 & 1/3 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{y}^{GDP} \\ \hat{y}^{R1} \\ \hat{y}^{R2} \\ \hat{y}^{R3} \end{bmatrix}_{T+1} \quad (5)$$

Back